HORNERJEV ALGORITEM
TER DELJENJE S POLINOMI VIŠJE STOPNJE

Hornerjevo življenje in njegovi dosežki

William George Horner (1786–1837) je bil rojen v Bristoli v Angliji. Izobraževal se je na šoli Kingswood, že pri svojih štirinajstih letih pa je postal glavni pomočnik na šoli, štiri leta pozneje, torej leta 1800 pa ravnatelj. Po devetih letih je zapustil mesto ravnatelja ter v Bathu ustanovil lastno šolo.
Ni znano, s kom je bil Horner poročen, vendar vemo, da je po njegovi smrti leta 1837 eden od njegovih sinov prevzel vodenje šole, ki jo je Horner ustanovil. V času svojega življenja se je ukvarjal tudi z optiko ter izumil nekaj otroških igrač, npr. »Zoetrop«.

Znan je predvsem po svoji metodi, imenovani *Hornerjev algoritem* ali *Hornerjeva metoda.* Članek, v katerem jo je opisal, je bil objavljen leta 1819, vendar je bil tarča kritik, češ da sploh ne opisuje dejanske metode. Horner je leta 1830 članek še izpopolnil in ga ponovno objavil ter s tem dokazal svojo metodo. V približno istem času je živel tudi Italijan Paolo Ruffini, ki je iznašel zelo podobno metodo, čeprav zanjo obstajajo že kitajski zapisi iz 13. stoletja, ki jo prav tako omenjajo. V 19. in 20. stoletju je bila *Hornerjeva metoda* močno zastopana v angleških in ameriških učbenikih matematike, za kar pa ima zaslugo znan matematik in logik De Morgan, ki je *Hornerjevo metodo* in njegovo ime mnogokrat omenil v svojih člankih.

Deljenje s polinomi višje stopnje

V 3. letniku pri pouku matematike spoznamo *Hornerjev algoritem*, ki omogoča računanje vrednosti polinoma, preverjanje in iskanje ničel polinoma ter **deljenje z linearnim polinomom.** Toda kaj, če želimo na hitrejši način deliti polinom s polinomom, ki ni linearen? Tudi za to obstaja metoda.

Polinom $\boldsymbol{p(x) = x^4 - x^3 + 1}$ želimo deliti s polinomom $\boldsymbol{q(x) = x^2 + x - 2}$. Lahko bi delili s podpisovanjem, vendar je ta postopek pri deljenju polinomov višjih stopenj lahko zelo dolgotrajen.

Najprej si narišimo navpično črto. Na levo stran napišemo nasprotne koeficiente delitelja brez vodilnega člena, to sta v našem primeru koeficienta -1 ter 2. Na desno stran črte pa napišemo koeficiente deljenca. Naš zapis bi moral izgledati tako:

$$\begin{array}{cc|ccccc} -1 & 2 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Verjetno vas zanima, zakaj smo na levo stran zapisali nasprotne koeficiente delitelja brez vodilnega člena. Polinom $q(x)$ lahko preoblikujemo v en sam člen, in sicer v tistega, ki ima najvišjo stopnjo.

$$\boldsymbol{q(x) = (x^2 + x - 2) - x + 2 = x^2}$$

Razvidno je, da smo od prvotnega polinoma odšteli dva člena: ***x* in -2**, torej **$-(x - 2) = - x + 2$**. Ta dva člena pa določata nasprotna koeficienta, ki smo ju zapisali na levo stran.

Zdaj lahko začnemo z izvajanjem postopka, ki je naslednji: podčrtamo vodilni koeficient 1, ki je zapisan na desni strani, ta koeficient množimo s koeficienti, ki so zapisani na levi strani, ter rezultate podpišemo na desno stran. Nato seštejemo navpično zapisani par in podpišemo. V novi vrstici dobimo nove koeficiente, kjer prav tako podčrtamo vodilni koeficient -2 in ponovno množimo s koeficienti na levi strani. Opisani postopek ponavljamo tolikokrat, dokler ne uporabimo vseh koeficientov deljenca.

$$\begin{array}{rrrrrrr}
-1 & \multicolumn{1}{r|}{2} & \underline{\underline{1}} & -1 & 0 & 0 & 1 \\
\cline{1-2}
 & & & -1 & 2 & & \\
\cline{4-6}
 & & & \underline{\underline{-2}} & 2 & 0 & \\
 & & & & 2 & -4 & \\
\cline{5-7}
 & & & & \underline{\underline{4}} & -4 & 1 \\
 & & & & & -4 & 8 \\
\cline{6-7}
 & & & & & -8 & 9
\end{array}$$

Do končnega rezultata nas loči le še pravilen zapis. Podčrtana števila so koeficienti kvocienta, torej je kvocient **$k(x) = x^2 - 2x + 4$**, ostanek pa je zapisan v zadnji vrstici našega postopka, torej **$-8x + 9$**. In že smo pri koncu! Rezultat lahko zapišemo še s pomočjo osnovnega izreka o deljenju polinomov:

$$\boldsymbol{(x^4 - x^3 + 1) = (x^2 - 2x + 4) \cdot (x^2 + x - 2) + (-8x + 9)}$$

Z nekaj vaje lahko zgoraj opisani postopek osvojimo zelo hitro ter tako lažje in hitreje delimo polinom s polinomom višjih stopenj.

Matevž Bizjak, 4. F